

Introdução à Lógica Computacional

Aula: Lógica
Proposicional - Sintaxe e
Representação

Agenda

- Resolução de exercício da aula 1
- Definições
- Proposição simples
- Conectivos
- Proposição composta
- Sintaxe

Exercício da aula1

O meu
reino por
um par de
brincos

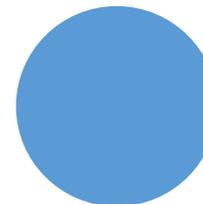
A primeira que desejou tentar foi Guilhermina, de quem foi removida a venda dos olhos. Guilhermina examinou os brincos de suas irmãs, mas não foi capaz de dizer que tipo de pedra estava nos seus (e

retirou-se, furiosa). A segunda que desejou tentar foi Genoveva. Contudo, após examinar os brincos de Griselda, Genoveva se deu conta de que também não sabia determinar se seus brincos eram de esmeralda ou rubi e, da mesma furiosa forma que sua irmã, saiu batendo a porta.

Quanto a Griselda, antes mesmo que o rei lhe tirasse a venda dos olhos, anunciou corretamente, em alto e bom som, o tipo de pedra de seus brincos, dizendo ainda o porquê de sua afirmação. Assim, ela herdou o reino, a conta na Suíça e, na viagem à Disneylândia, conheceu um jovem cirurgião plástico, com quem se casou e foi feliz para sempre.

- Voltando ao exemplo dos brincos: uma justificativa ao acerto de Griselda
 - Existem apenas 2 pares de brincos de rubi; logo, se tanto Genoveva quanto Griselda estivessem com brincos de rubi, Guilhermina (a primeira e responder) teria sabido que os dela eram de esmeraldas
 - Contudo, Guilhermina não soube dizer, logo Ou Genoveva e Griselda tinham ambas brincos de esmeraldas (HIPOTESE 1)
Ou uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda (HIPOTESE 2)
 - Se Griselda tivesse brincos de rubi, Genoveva (a segunda) teria visto isso e ciente que Guilhermina não viu dois pares de rubi, concluiria que os seus eram de esmeralda
Contudo, Genoveva, também não soube dizer qual tipo de pedra era a dos seus brincos. Logo Griselda não tinha brincos de rubis, ou seja, seus brincos eram de esmeraldas

Argumentos



Argumentos

- P Existem apenas dois pares de brincos de rubi
- ► Se tanto Genoveva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda

- P1 Se tanto Genoveva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda
- P2 Guilhermina não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► Ou Genoveva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda Ou uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda

- P1 Ou Genoveva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda Ou uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda
- P2 Genoveva não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► Griselda tinha brincos de esmeralda

Exercício

2. Um agente de viagens atende três amigas. Uma delas é loura, outra é morena e a outra ruiva. O agente sabe que uma delas se chama Bete, outra se chama Elza e a outra se chama Sara. Sabe, ainda, que cada uma delas fará uma viagem a um país diferente na Europa: uma delas irá à Alemanha, outra irá a França e a outra irá à Espanha. Ao agente de viagens, que queria identificar o nome e o destino de cada uma, elas deram as seguintes informações:

- A loura: “Não vou à França nem à Espanha”
- A morena: “Meu nome não é Elza nem Sara”
- A ruiva: “nem eu nem Elza vamos à França”
- O agente de viagens concluir, então, acertadamente, que:

A loura é Sara e vai à Espanha

A ruiva é Sara e vai à França

A ruiva é Bete e vai à Espanha

A morena é Bete e vai à Espanha

A loura é Elza e vai à Alemanha

Resposta

- São 3 amigas
- Uma é loura, outra morena e outra ruiva
- Uma é Bete, outra Elza e outra Sara
- Cada uma fará uma viagem a um país diferente
- São 3 lugares: Espanha, França e Alemanha
- Foram dadas as seguintes informações:

P1 A loura disse Não vou à França nem à Espanha

▶ A loura vai à Alemanha

P2 A morena: Meu nome não é Elza nem Sara

▶ A morena é a Bete

P3 A ruiva: Nem eu nem Elza vamos à França

▶ Elza vai à Alemanha ou à Espanha

P1 A loura vai à Alemanha e a ruiva não vai à França

▶ A ruiva vai à Espanha

P1 A ruiva vai à Espanha e a Elza não vai à França

P2 A morena é a Bete

▶ A Loura é a Elza

Resposta

2. Um agente de viagens atende três amigas. Uma delas é loura, outra é morena e a outra ruiva. O agente sabe que uma delas se chama Bete, outra se chama Elza e a outra se chama Sara. Sabe, ainda, que cada uma delas fará uma viagem a um país diferente na Europa: uma delas irá à Alemanha, outra irá a França e a outra irá à Espanha. Ao agente de viagens, que queria identificar o nome e o destino de cada uma, elas deram as seguintes informações:
- A loura: “Não vou à França nem à Espanha”
 - A morena: “Meu nome não é Elza nem Sara”
 - A ruiva: “nem eu nem Elza vamos à França”
 - O agente de viagens concluir, então, acertadamente, que:

A loura é Sara e vai à Espanha

A ruiva é Sara e vai à França

A ruiva é Bete e vai à Espanha

A morena é Bete e vai à Espanha

A loura é Elza e vai à Alemanha

Lógica como ciência do raciocínio

- Lógica investiga princípios e métodos de inferência
- Sequência de razões para se chegar a uma conclusão
- Cabe a lógica
 - Análise dos argumentos
 - Bom/Não argumento

Lógica como ciência do raciocínio

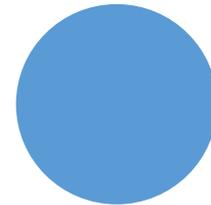
- Argumento: conceito central da lógica dedutiva.
 - sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.

Lógica como ciência do raciocínio

- Argumento: conceito central da lógica dedutiva.
 - sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- Como saber se a conclusão obtida de um argumento é válida?
 - As afirmações que compõem o argumento são aceitas como válidas ou
 - As afirmações que compõem o argumento podem ser **deduzidas** de afirmações anteriores.

- Conjunto, não vazio e finito, de sentenças das quais
 - uma é chamada de conclusão e
 - as outras de premissas
- Pretende-se que as premissas justifiquem /garantam/deem evidencia para a conclusão

Argumentos



Argumentos

- Formas naturais de expressar os argumentos:
 - Totó é um cachorro e cachorros gostam de carne; portanto Totó gosta de carne
 - Os cachorros gostam de carne. Ora, Totó é um cachorro, segue-se disso que Totó gosta de carne
 - Totó é um cachorro. Cachorros gostam de carne. Consequentemente, Totó gosta de carne
 - Uma vez que os cachorros gostam de carne, Totó deve gostar de carne, porque é um cachorro
 - Já que Totó é um cachorro, concluimos que gosta de carne, dado que cachorros gostam de carne

argumento

- P1 Totó é um cachorro
- P2 Os cachorros gostam de carne

premissas

-  Totó gosta de carne

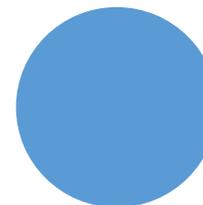
conclusão

- Sequencia de palavras que contenha ao menos um verbo com sinais de pontuação (muito abrangente)
 - O gato está no capacho.
 - Toda vez que faz sol, vou à praia

 - **Os gato tá nos capacho
 - **Gato capacho casa que está.

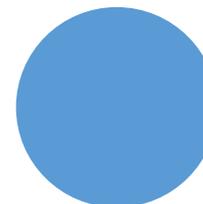
- Obedecendo a regras gramaticais

Sentenças



- Tipo
 - Declarativa
 - Está chovendo
 - Maria emprestou o livro a Joao.
 - Interrogativa
 - Que horas sao?
 - Imperativa
 - Coma, agora, toda a comida garoto. (ordem)
 - Exclamativa
 - Oh....que trsiteza, Maria!! (decepcao)

Sentenças



Lógica como ciência do raciocínio

- Argumento: conceito central da lógica dedutiva.
 - sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- Como saber se a conclusão obtida de um argumento é válida?
 - As afirmações que compõem o argumento são aceitas como válidas ou
 - As afirmações que compõem o argumento podem ser **deduzidas** de afirmações anteriores.
- Em lógica, a forma de um argumento **é diferente** do seu conteúdo.
 - “Análise lógica” **não** determina a validade do **conteúdo** de um argumento.
 - “Análise lógica” determina se a verdade de uma conclusão **pode ser obtida** da verdade de argumentos propostos.

Exemplos

Exemplo 1:

se a sintaxe de um programa está errada **ou**

se a execução do programa resulta em divisão por zero

então o computador irá gerar uma mensagem de erro.

∴ Computador não gera mensagem de erro



Sintaxe do programa está correta **e**

Execução do programa não resulta em divisão por zero.

Exemplos

Exemplo 1:

se a sintaxe de um programa está errada **ou**
se a execução do programa resulta em divisão por zero
então o computador irá gerar uma mensagem de erro.
 \therefore Computador não gera mensagem de erro



Sintaxe do programa está correta **e**
Execução do programa não resulta em divisão por zero.

Exemplo 2:

se $x \in \mathbb{R} \mid x < -2$ **ou** $x > 2$

então $x^2 > 4$.

$\therefore x^2 \leq 4$



$x \geq -2$ **e** $x \leq 2$.

Exemplos
Forma l3gica
igual

se p **ou** q

ent3o r .

\therefore **n3o** r



n3o p **e** **n3o** q .

Lembrar da
falácia da
piada do
aquário

Se tens aquário
Então não és padre

∴

Não tens aquário



És padre

Lembrar da
falácia da
piada do
aquário

Se tens aquário
Então não és padre

∴

Não tens aquário



És padre

Lógica Proposicional

Sintaxe

Proposição

- Todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo
 - Afirmam fatos ou exprimem descrições de objetos, eventos ou contextos
- Uma proposição, na lógica **booleana**, é uma sentença que é verdadeira (V) ou falsa (F), mas não ambas.
 - princípio do terceiro excluído
- Alfabeto

$$A = \{ (,), \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, p, q, r, s, \dots \}$$

Proposição: exemplos e contra-exemplos

1. $10-5=5$
2. $2+2=5$
3. $X+Y>0$
4. Ele é artista
5. João estuda Direito
6. Todos os homens são mortais
7. A CPU do meu computador é de 200 MHertz



Proposição: exemplos e contra-exemplos

1. $10-5=5$

2. $2+2=5$

3. $X+Y>0$

4. Ele é artista

5. João estuda Direito

6. Todos os homens são mortais

7. A CPU do meu computador é de 200 MHertz

Proposição: exemplos e contra-exemplos

1. $10-5=5$

2. $2+2=5$

3. $X+Y>0$

4. Ele é artista

5. João estuda Direito

6. Todos os homens são mortais

7. A CPU do meu computador é de 200 MHzertz

- Uso de quantificadores (lógica de predicados) transforma sentenças 3 e 4 em sentenças lógicas

Proposições Simples

- Representadas por letras minúsculas para representar afirmações
- A esse conjunto é chamado de alfabeto da Lógica Proposicional;
- As letras são símbolos (letras sentenciais);
- O restante são símbolos lógicos (parênteses e conectivos lógicos);

Definição Formal

Dado um conjunto numerável P , o *alfabeto proposicional sobre P* designa-se por Alf_P e é constituído por

- cada um dos elementos de P ;
- o símbolo \perp (absurdo, contradição, falso ou falsidade);
- os conectivos lógicos \rightarrow (implicação), \wedge (conjunção) e \vee (disjunção);
- os parênteses esquerdo e direito: (e).

Cada elemento de P diz-se *símbolo proposicional*. ■

Assume-se fixado um conjunto numerável P . Os símbolos proposicionais em P e o símbolo \perp são utilizados para representar proposições (asserções ou afirmações). Como se verá adiante, o símbolo \perp é usado para representar uma contradição. A partir dos símbolos proposicionais e de \perp podem construir-se fórmulas proposicionais utilizando os conectivos lógicos acima referidos. Estas fórmulas permitem representar proposições (asserções ou afirmações) mais complexas.

Conectivos Lógicos

\neg ou \sim ou “*barra sobre a letra*” ou “*linha*”: **não**

$\neg p$ é lido como “*não p*” e é chamado de negação de p .

Outras formas: $\sim p$, \bar{p} , p'

\wedge : **e**

$p \wedge q$ é lido como “*p e q*” e é chamado de conjunção de p e q .

\vee : **ou**

$p \vee q$ é lido como “*p ou q*” e é chamado de disjunção de p e q .

Proposições Compostas

- Sentenças induzidas pela composição de sentenças simples relacionadas por conectivos lógicos

- p

- $p \wedge q$

- $r \rightarrow s$

- $(q \vee s) \rightarrow t$

- $p \wedge$

- $\rightarrow q$

- $p \vee qr$

Fórmulas/sentenças bem formadas na lógica proposicional

- Uma formula bem formada (well-formed formula wff) 'e uma string que satisfaz as regras sintáticas da linguagem:
- Regras lexicais
 - Termos atômicos: representados por símbolos (em geral em minúsculo)
 - Conectivos: negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência
 - Parênteses: ()
- Regras Sintáticas
 - Qualquer símbolo atômico é uma wff
 - Se α é um wff, então $\neg\alpha$ também é uma wff
 - Se α e β são wff, então $\alpha\wedge\beta$, $\alpha\vee\beta$, $\alpha\rightarrow\beta$, $\alpha\leftrightarrow\beta$ são wff
 - Nada diferente do descrito acima é uma wff

Diretrizes para Mapeamento da Linguagem Natural para Lógica

- Se uma sentença é simplesmente uma declaração, então represente-a como uma sentença atômica p

Diretrizes para Mapeamento da Linguagem Natural para Lógica

- Se uma sentença é simplesmente uma declaração, então represente-a como uma sentença atômica p
- *Textos complexos:*
 - *identifique as sentenças simples primeiro*
 - *Escolha as letras que identificarão as sentenças simples. Liste-os.*

Diretrizes para Mapeamento da Linguagem Natural para Lógica

- Se uma sentença é simplesmente uma declaração, então represente-a como uma sentença atômica p
- *Textos complexos:*
 - *identifique as sentenças simples primeiro*
 - *Escolha as letras que identificarão as sentenças simples. Liste-os.*
 - *Identifique as palavras/expressões em português que são os elementos de ligação (e, ou, porém, contudo, por isso, entretanto...) Escolha os conectivos que melhor conectem as sentenças primitivas*
 - *Determine a ordem com que os elementos primitivos e os conectivos entrarão*

Diretrizes para Mapeamento da Linguagem Natural para Lógica

- Se uma sentença é simplesmente uma declaração, então represente-a como uma sentença atômica p
- *Textos complexos:*
 - *identifique as sentenças simples primeiro*
 - *Escolha as letras que identificarão as sentenças simples. Liste-os.*
 - *Identifique as palavras/expressões em português que são os elementos de ligação (e, ou, porém, contudo, por isso, entretanto...) Escolha os conectivos que melhor conectem as sentenças primitivas*
 - *Determine a ordem com que os elementos primitivos e os conectivos entrarão*
 - *Use parênteses para eliminar ambiguidades*

Exemplos

- p = Está chovendo
- q = Maria está doente
- t = Roberto ficou acordado até tarde ontem
- r = Paris é a capital da França
- s =Joao é falastrão
- s =João é falastrão

Exemplo negação

- Não é verdade que não está chovendo

$\sim\sim p$

Mais exemplos

Conjunção

- Está chovendo e Maria está doente
($p \wedge q$)
- Dudu ficou trabalhando até tarde e Pepe é um falastrão
($t \wedge s$)
- João é falastrão , mas Maria não está doente
 $s \wedge \sim q$
- Não é verdade que está chovendo e Maria está doente
duas possíveis interpretações
 - $\sim(p \wedge q)$
 - $(\sim p \wedge q)$

Disjunção

- Está chovendo ou Maria está doente
($p \vee q$)
- Paris é a capital da França e está chovendo ou João é falastrão
duas interpretações
 - $((r \wedge p) \vee s)$
 - $(r \wedge (p \vee s))$
- Não é verdade que Maria está doente ou Bob ficou trabalhando até tarde
duas interpretações
 - $\sim(q \vee t)$
 - $(\sim q \vee t)$

Exemplo: implicação

- Se chover, Maria trabalha
 - $p \rightarrow q$
- Choverá, quando **João trabalhar**
 - $q \rightarrow p$
- **Maria está doente** e está **chovendo** isso implica que Roberto vai trabalhar até tarde
 - $((q \wedge p) \rightarrow t)$
- Não é o caso que se **chover** João não vem trabalhar
 - $\sim(p \rightarrow s)$

Errada a representação

Exemplo: bi-condicional

- Maria trabalha quando chove e só chove quando Maria trabalha
 - $p \leftrightarrow q$
- Chover é equivalente a Maria trabalhar
 - $q \leftrightarrow p$

Exemplos

- p = eu estou atrasada,
- q = o meu carro está enguiçado
- r = eu tenho febre
- s = eu estou doente
- t = eu fico em casa
- $p \wedge q$ representa “eu estou atrasada e o meu carro está enguiçado”
- $r \rightarrow s$ representa “se eu tenho febre então eu estou doente”
- $(q \vee s) \rightarrow t$ representa
“se o meu carro está enguiçado ou eu estou doente então eu fico em casa”

Exercícios

Represente o texto abaixo em lógica proposicional

Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enfileiradas. Se o sistema de arquivos não está travado, então o sistema está funcionando normalmente e vice-versa. Se novas mensagens não são enfileiradas, então elas serão enviadas para o buffer de mensagens. Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens. Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens.

Exercícios

Represente o texto abaixo em lógica proposicional

Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *novas mensagens serão enfileiradas*. Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *o sistema está funcionando normalmente* e vice-versa. Se *novas mensagens não são enfileiradas*, então elas *serão enviadas para o buffer de mensagens*. Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens*. *Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens*.

Exercícios

Represente o texto abaixo em lógica proposicional

Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *novas mensagens serão enfileiradas*. Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *o sistema está funcionando normalmente* e vice-versa. Se *novas mensagens não são enfileiradas*, então elas *serão enviadas para o buffer de mensagens*. Se *o sistema de arquivos não está travado*, então *novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens*. *Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens*.

p = O sistema de arquivos não está travado.

q = Novas mensagens serão enfileiradas.

r = O sistema está funcionando normalmente.

s = Mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens.

Exercícios

Represente o texto abaixo em lógica proposicional

Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enfileiradas. Se o sistema de arquivos não está travado, então o sistema está funcionando normalmente e vice-versa. Se novas mensagens não são enfileiradas, então elas serão enviadas para o buffer de mensagens. Se o sistema de arquivos não está travado, então novas mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens. Novas mensagens não serão enviadas para o buffer de mensagens.

Tradução dos fatos para as proposições:

(a) $p \rightarrow q$

(b) $p \rightarrow r$

(c) $r \rightarrow p$

(d) $\neg q \rightarrow s$

(e) $p \rightarrow s$

(f) $\neg s$

$p =$ O sistema de arquivos não está travado.

$q =$ Novas mensagens serão enfileiradas.

$r =$ O sistema está funcionando normalmente.

$s =$ Mensagens serão enviadas para o buffer de mensagens.

Exercícios

Represente o texto abaixo em lógica proposicional

Ao comentar sobre as razões da dor na região lombar que seu paciente sentia, o médico fez as seguintes afirmativas.

P_1 : Além de ser suportado pela estrutura óssea da coluna, seu peso é suportado também por sua estrutura muscular.

P_2 : Se você estiver com sua estrutura muscular fraca ou com sobrepeso, estará com sobrecarga na estrutura óssea da coluna.

P_3 : Se você estiver com sobrecarga na estrutura óssea da coluna, sentirá dores na região lombar.

P_4 : Se você praticar exercícios físicos regularmente, sua estrutura muscular não estará fraca.

P_5 : Se você tiver uma dieta balanceada, não estará com sobrepeso.

Tendo como referência a situação acima apresentada, julgue os itens seguintes, considerando apenas seus aspectos lógicos.

Exercícios

- Represente o texto abaixo em lógica proposicional

(O Globo -16/03/2019)

A pensão, criada em 1958 e extinta em 1990, mas válida para quem já recebia, foi questionada pelo TCU. Várias pensionistas passaram a recorrer ao STF, onde Fachin foi sorteado relator. Ele atendeu os pedidos de uma parte delas: as que têm emprego ou renda na iniciativa privada. Não foram beneficiadas as mulheres que tenham cargo público permanente ou recebam pensão por morte de cônjuge. Elas ainda podem ter o benefício submetido ao pente-fino mais amplo que havia sido iniciado a partir da decisão do TCU.

Tarefa: Ponto extra na média, caso seja necessário para fazer prova final

- Objetivo:
 - Fomentar uma revisão da matéria e estudar o material apresentado em aula
 - Fomentar a participação em sala de aula
- Tarefa:
 - Toda aula haverá um slide com um pequeno erro de lógica. Tal erro será falado em sala de aula.
 - Apresentar o slide com erro e o consertado
 - É necessário que se apresente 1 slide por aula para que o aluno ganhar o ponto extra
- Obs.: Só valerá o ponto extra na média, se o aluno apresentar pelo menos um slide por aula, mas de TODAS as aulas.
- Exemplo de entrega de 1 aula

Aula 1: erro marcado em rosa

Argumentos

- P Existem apenas dois pares de brincos de rubi
- ► Se tanto Genevêva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda

- P1 Se tanto Genevêva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda
- P2 Guilhermina não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► **Genevêva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda E uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda**

- P1 Ou Genevêva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda Ou uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda
- P2 Genevêva não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► Griselda tinha brincos de esmeralda

Aula 1: slide corrigido em vermelho

Argumentos

- P Existem apenas dois pares de brincos de rubi
- ► Se tanto Genevêva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda

- P1 Se tanto Genevêva quanto Griselda tivessem brincos de rubi, Guilhermina teria sabido que os seus são de esmeralda
- P2 Guilhermina não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► **OU Genevêva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda OU uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda**

- P1 Ou Genevêva e Griselda tinham ambas brincos de esmeralda Ou uma tinha brincos de rubi e outra de esmeralda
- P2 Genevêva não soube dizer qual o tipo de pedra em seus brincos
- ► Griselda tinha brincos de esmeralda