

1) Prove a validade por tableau

$$(\exists x \forall y R(x,y)) \rightarrow (\exists x \exists y R(x,y))$$

Resolução questão 1

1. $\neg(\exists x\forall yR(x,y)\rightarrow\exists x\exists yR(x,y))$ Negação da conclusão
 2. $\exists x\forall yR(x,y)$ (1) Regra 8
 3. $\neg\exists x\exists yR(x,y)$ (1) Regra 8
 4. $\forall yR(a,y)$ (2) Regra 12, $x=a$
 5. $\forall x\forall y\neg R(x,y)$ (3) Regra 11
 6. $R(a,b)$ (4) Regra 13, $y=b$
 7. $\neg R(a,b)$ (5) Regra 13, $x=a, y=b$
- |
- x

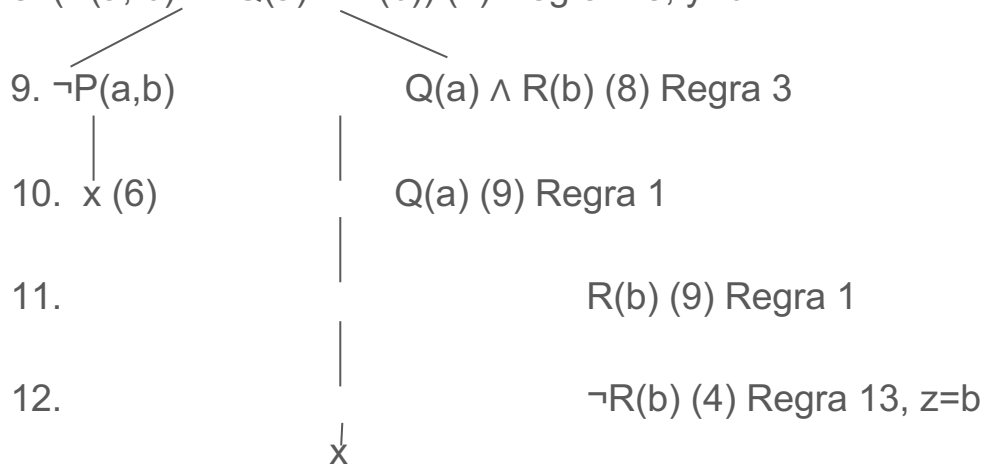
O argumento é válido

2) Prove a validade por tableau

$$\{\exists x \exists y P(x, y), \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x) \wedge R(y))\} \vdash \exists z R(z)$$

Resolução questão 2

1. $\exists x \exists y P(x, y)$ Premissa
2. $\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x) \wedge R(y))$ Premissa
3. $\neg \exists z R(z)$ Negação Conclusão
4. $\forall z \neg R(z)$ (3) Regra 11
5. $\exists y P(a, y)$ (1) Regra 12, $x=a$
6. $P(a, b)$ (5) Regra 12, $y=b$
7. $\forall y (P(a, y) \rightarrow Q(a) \wedge R(y))$ (2) Regra 13, $x=a$
8. $(P(a, b) \rightarrow Q(a) \wedge R(b))$ (7) Regra 13, $y=b$



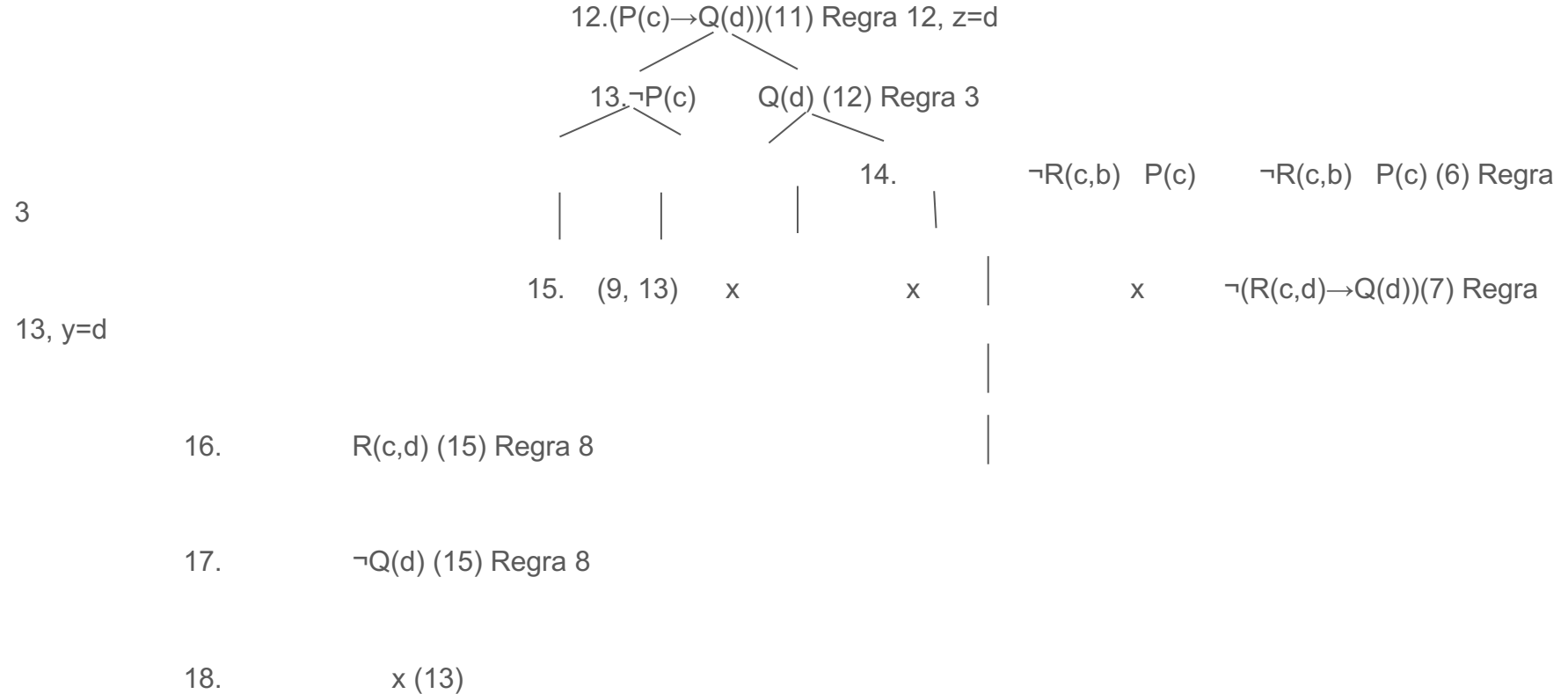
3) Prove a validade por tableau

$$\{\forall x\exists y R(y, x) \rightarrow P(y), \forall y\exists z P(y) \rightarrow Q(z)\} \vdash \exists x\exists y R(x,y) \rightarrow Q(y)$$

Resolução questão 3:

1. $\forall x \exists y R(y, x) \rightarrow P(y)$ Premissa
2. $\forall y \exists z P(y) \rightarrow Q(z)$ Premissa
3. $\neg \exists x \exists y R(x, y) \rightarrow Q(y)$ Negação conclusão
4. $\forall x \forall y \neg (R(x, y) \rightarrow Q(y))$ (3) Regra 11
5. $\exists y (R(y, b) \rightarrow P(y))$ (1) Regra 13, $x=b$
6. $R(c, b) \rightarrow P(c)$ (5) Regra 12, $y=c$
7. $\forall y \neg (R(c, y) \rightarrow Q(y))$ (4) Regra 13, $x=c$
8. $\neg (R(c, b) \rightarrow Q(b))$ (7) Regra 13, $y=b$
9. $R(c, b)$ (8) Regra 8
10. $\neg Q(b)$ (8) Regra 8
11. $\exists z (P(c) \rightarrow Q(z))$ (2) Regra 13, $y=c$
12. $(P(c) \rightarrow Q(d))$ (11) Regra 12, $z=d$

Continuação resolução questão 3



4) Coloque na forma prenex

$$\forall x(\exists y (Q(y) \vee (R(x,y) \rightarrow P(y)))) \rightarrow \forall y\exists z (P(z) \rightarrow Q(y))$$

Resolução questão 4:

$\forall x(\exists y (Q(y) \vee (R(x,y) \rightarrow P(y)))) \rightarrow \forall y\exists z (P(z) \rightarrow Q(y))$

$\forall x(\neg\exists y (Q(y) \vee (R(x,y) \rightarrow P(y)))) \vee \forall y\exists z (P(z) \rightarrow Q(y))$ Removendo implicação

$\forall x(\neg\exists y (Q(y) \vee \neg R(x,y) \vee P(y))) \vee \forall y\exists z (\neg P(z) \vee Q(y))$ Removendo implicação

$\forall x(\forall y (\neg(Q(y) \vee \neg R(x,y) \vee P(y)))) \vee \forall y\exists z (\neg P(z) \vee Q(y))$ Movendo $\neg$

$\forall x(\forall y(\neg Q(y) \wedge R(x,y) \wedge \neg P(y))) \vee \forall y\exists z (\neg P(z) \vee Q(y))$ DeMorgan

$\forall x(\forall w(\neg Q(w) \wedge R(x,w) \wedge \neg P(w))) \vee \forall y\exists z (\neg P(z) \vee Q(y))$ Renomeando variável y

$\forall x\forall w\forall y((\neg Q(w) \wedge R(x,w) \wedge \neg P(w)) \vee \exists z (\neg P(z) \vee Q(y)))$ Regra 8 Prenex

$\forall x \forall w \forall y \exists z ((\neg Q(w) \wedge R(x,w) \wedge \neg P(w)) \vee (\neg P(z) \vee Q(y)))$ Regra 4 Prenex

5) Coloque em FNC

$$\exists x \exists y (P(x,y) \rightarrow (P(y,x) \rightarrow \forall z P(z,z)))$$

Resolução questão 5:

$\exists x \exists y (P(x,y) \rightarrow (P(y,x) \rightarrow \forall z P(z,z)))$

$\exists x \exists y (\neg P(x,y) \vee (P(y,x) \rightarrow \forall z P(z,z)))$ Removendo implicação

$\exists x \exists y (\neg P(x,y) \vee \neg P(y,x) \vee \forall z P(z,z))$ Removendo implicação

$\exists x \exists y \forall z (\neg P(x,y) \vee \neg P(y,x) \vee P(z,z))$ Regra 2 Prenex

$\forall z (\neg P(a,b) \vee \neg P(b,a) \vee P(z,z))$ Skolemização

$\neg P(a,b) \vee \neg P(b,a) \vee P(z,z)$ Removendo quantificador

Note que a e b são constantes tipo João e Maria

Note que z permanece como variável