UNIRIO

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Bacharelado em Sistemas de Informação

Indução Matemática

Disciplina: Introdução à Lógica Computacional
Professora: Ana Cristina Bicharra Garcia
Mestranda: Lívia Gouvêa

INDUÇÃO X DEDUÇÃO

INDUÇÃO X DEDUÇÃO

RACIOCÍNIO DEDUTIVO *"Se todo homem é mortal e Sócrates é homem, então Sócrates é mortal"*	**RACIOCÍNIO INDUTIVO** *"Se o ferro o cobre e o alumínio são metais e conduzem a eletricidade, então todos os metais devem conduzir a eletricidade"*
Usa premissas para implicar uma conclusão logicamente correta.	Usa premissas para apoiar uma conclusão mas sem garantir a sua veracidade.
Parte de **premissas gerais** para chegar a **conclusões específicas** (raciocínio top-down)	Parte de **premissas específicas** para chegar a **conclusões gerais** (raciocínio bottom-up)
Premissas verdadeiras **garantem** uma conclusão verdadeira.	Premissas verdadeiras **não garantem** uma conclusão verdadeira. As premissas são usadas para reforçar a possibilidade de a conclusão **poder ser verdadeira**.
A conclusão é uma consequência lógica das premissas - **não é gerado nada novo**	É uma **inferência**. Permite **chegar a conclusão sobre algo que não se conhece** inteiramente. Gera conhecimento.

RACIOCÍNIO INDUTIVO

Não é possível garantir a veracidade da conclusão. Apenas se convencer ou não disso.

"Se todos os dias até hoje o sol nasceu no leste, então amanhã nascerá no leste"

A indução é o raciocínio que, após considerar um número suficiente de casos particulares, conclui uma verdade geral

Indução também pressupõe a probabilidade, isto é, já que tantos se comportam de tal forma, é muito provável que todos se comportem assim.

Devemos ter o cuidado de não generalizar muito rápido.
Deve-se ter um número considerável de premissas antes de fazer a conclusão

Por utilizar a probabilidade, há possibilidade de erro, uma vez que basta encontrar uma exceção para invalidar a regra geral.

Por outro lado, é a probabilidade que torna possível a descoberta, a proposta de novas conclusões.

Por isso, a indução é o tipo de raciocínio mais usado em ciências experimentais.

INDUÇÃO MATEMÁTICA

Propriedade curiosa dos números ímpares. Veja suas somas parciais:

$1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

Propriedade curiosa dos números ímpares. Veja suas somas parciais:

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Começa-se a perceber, um padrão de construção.

Propriedade curiosa dos números ímpares. Veja suas somas parciais:

$1 = 1$

$1 + 3 = 4$

$1 + 3 + 5 = 9$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$

Desconfia-se que provavelmente, a regra que está por trás desta construção é:

A soma dos n primeiros números ímpares $= n^2$

Começa-se a perceber, um padrão de construção.

Propriedade curiosa dos números ímpares. Veja suas somas parciais:

$1 = 1 \ (1^2)$

$1 + 3 = 4 \ (2^2)$

$1 + 3 + 5 = 9 \ (3^2)$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 \ (4^2)$

Desconfia-se que provavelmente, a regra que está por trás desta construção é:

A soma dos n primeiros números ímpares $= n^2$

Começa-se a perceber, um padrão de construção.

Propriedade curiosa dos números ímpares. Veja suas somas parciais:

$1 = 1$ *(1^2)*

$1 + 3 = 4$ *(2^2)*

$1 + 3 + 5 = 9$ *(3^2)*

$1 + 3 + 5 + 7 = 16$ *(4^2)*

Desconfia-se que provavelmente, a regra que está por trás desta construção é:

A soma dos n primeiros números ímpares = n^2

Começa-se a perceber, um padrão de construção.

Como ainda não foi demonstrado, é uma **conjectura**

Não é possível testar a veracidade da declaração pois seria impossível testar o conjunto dos números naturais, já que ele é infinito

Para demonstrar propriedades vinculadas aos **números naturais**, não adianta testar, para isso, precisamos usar uma ferramenta da matemática chamada:

Princípio da indução finita!

PRINCÍPIO DA INDUÇÃO FINITA

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

Passo indutivo: Se um dominó cair, então o dominó seguinte também cairá.

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

Só essa afirmação não garante que os dominós venham a cair pois pode ser que nenhum dominó caia.

Passo indutivo: Se um dominó cair, então o dominó seguinte também cairá.

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

Base: O 1º dominó cairá

Passo indutivo: Se um dominó cair, então o dominó seguinte também cairá.

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

Base: O 1º dominó cairá

Passo indutivo: Se um dominó cair, então o dominó seguinte também cairá.

Agora temos a garantia de que todos os dominós irão cair!

O princípio da indução finita se fundamenta em duas idéias:

Base: O 1º dominó cairá

Passo indutivo: Se um dominó cair, então o dominó seguinte também cairá.

Agora temos a garantia de que todos os dominós irão cair!

Para garantir a queda de todos os dominós, é imprescindível que se tenha as **duas** afirmações

Voltando ao problema! Vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$1 = 1 \ (1^2)$

$1 + 3 = 4 \ (2^2)$

$1 + 3 + 5 = 9 \ (3^2)$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 \ (4^2)$

A soma dos n primeiros números ímpares = n^2

A soma dos n primeiros números ímpares $=$ n^2

Primeiro vamos reescrever em linguagem matemática:

A soma dos n primeiros números ímpares = n^2

Primeiro vamos reescrever em linguagem matemática:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$$

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$$

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Base: $1 = 1^2$ ✓

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Base: $1 = 1^2$ ✓

2) **Passo indutivo:** Se propriedade funciona **<u>um</u>** número ímpar, então funciona para o **<u>próximo</u>** número ímpar **(n+1)**

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Base: $1 = 1^2$ ✓

2) **Passo indutivo:** Se propriedade funciona **um** número ímpar, então funciona para o **próximo** número ímpar **(n+1)**

$$1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) + (2n+1) = (n+1)^2$$

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Base: $1 = 1^2$ ✓

2) **Passo indutivo:** Se propriedade funciona **um** número ímpar, então funciona para o **próximo** número ímpar

$$n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$$

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

$\boxed{\text{Base: } 1 = 1^2}$ ✓

2) **Passo indutivo:** Se propriedade funciona **um** número ímpar, então funciona para o **próximo** número ímpar

$$n^2 + 2n+1 = (n+1)^2$$

Agora, vamos demonstrar pelo princípio da indução finita que a conjectura é verdadeira:

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$$

1) **Base:** Garantir que a propriedade funciona para o primeiro número ímpar.

Base: $1 = 1^2$ ✓

2) **Passo indutivo:** Se propriedade funciona **um** número ímpar, então funciona para o **próximo** número ímpar

$$n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$ ✓

EXEMPLO 2:
SOMA DE QUADRADOS PERFEITOS

Soma dos quadrados dos números naturais.

$$1^2 = 1$$

$$1^2 + 2^2 = 5$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$

Soma dos quadrados dos números naturais.

$1^2 = 1$

$1^2 + 2^2 = 5$

$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

Verificar a validade da propriedade utilizando o princípio da indução finita já que testar se ela é válida para todos os números naturais seria impossível.

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$

$$1^2 = \frac{1(2)(2+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$

$$1^2 = \frac{1(2)(2+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{2(3)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $$1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{1(2)(2+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{2(3)}{6}$$

$$1^2 = \frac{6}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$

$$1^2 = \frac{1(2)(2+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{2(3)}{6}$$

$$1^2 = \frac{6}{6}$$

$$1^2 = 1$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Base: $$1^2 = \frac{1(1+1)(2*1+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{1(2)(2+1)}{6}$$

$$1^2 = \frac{2(3)}{6}$$

$$1^2 = \frac{6}{6}$$

$$1^2 = 1$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + \quad \ldots \quad)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Iguala os denominadores

$$\frac{n(n+1) \ldots}{6} \quad \ldots (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{[\ldots]} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Coloca (n+1) em evidência

$$\frac{[\ldots]+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+1) + 6(n+1)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\boxed{1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Passo indutivo: Se funciona para **n**, funciona para **n+1**

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+1) + 6(n+1)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+1) + 6(n+1)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + n + 6n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n \ldots)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Faz a distributiva

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + n + 6n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+1) + 6(n+1)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + n + 6n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n \quad)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Redistribui para que seja possível fazer uma fatoração por agrupamento

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + 1 \quad 6n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + 3n + 4n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2 = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)6(n+1)^2}{6} = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+1) + 6(n+1)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + n + 6n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + 3n + 4n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

Coloca o *n* em evidência

Coloca o *2* em evidência

$$6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n+3)+2(2n+3)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[n(2n + 3) + 2(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + 3n + 4n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Coloca *n*+2 em evidência

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2 \quad \ldots \quad n + 3)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[(n + 2)(2n + 3)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[n(2n + 3) + 2(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}[2n^2 + 3n + 4n + 6] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[n(2n + 3) + 2(2n + 3)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}[(n + 2)(2n + 3)] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

Organizando este lado

$$\frac{(n+1)}{6}[(n + 2)(2n + 3)] = \frac{n+1(n+2)(2n+2+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[n(2n + 3) + 2(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+2)(2n+2+1)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[n(2n + 3) + 2(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+2)(2n+2+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+2)(2n+3)}{6}$$

Exemplo 2: Soma de quadrados perfeitos

$$\frac{(n+1)}{6}\left[2n^2 + 3n + 4n + 6\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[n(2n + 3) + 2(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+1+1)(2(n+1)+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+2)(2n+2+1)}{6}$$

$$\frac{(n+1)}{6}\left[(n + 2)(2n + 3)\right] = \frac{n+1(n+2)(2n+3)}{6}$$

Exercícios feitos no quadro

1) $2+6+10+...+(4n-2) = 2n^2$

Referência: https://www.youtube.com/watch?v=9s_2osMUrV4&t=77s

2) $2+4+6+...+2n = n(n+1)$

Referência: https://www.youtube.com/watch?v=U6ILy4GhkyQ

3) $1+3+6+...+n(n+1)/2 = n(n+1)(n+2)/6$

Referência: https://www.youtube.com/watch?v=Mv14eCzbtJE

Referências

- **Video aulas:** https://www.youtube.com/watch?v=bhfhmre-QxU&list=PLrVGp617x0hAb3bokPETMb7ymiVW_FtuM

- **Apostila:** Hefez, Abramo. "Indução matemática." Rio de Janeiro: OBMEP (2009).

- **Livro:** Mortari, Cezar A. Introdução à lógica. SciELO-Editora UNESP, 2001.