1) Passe para a forma normal prenex:

$$((\forall x)(\exists y)(p(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(p(x,x)))$$

Resolução da questão 1:

$((\forall x)(\exists y)(p(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(p(x,x)))$

$\neg((\forall x)(\exists y)(p(x,y))) \vee ((\forall x)(p(x,x)))$ Removendo implicação

$((\exists x)(\neg(\exists y)(p(x,y)))) \vee ((\forall x)(p(x,x)))$ Negando quantificador

$((\exists x)(\forall y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall x)(p(x,x)))$ Negando quantificador

$((\exists x)(\forall y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall z)(p(z,z)))$ Renomeando variável

$(\exists x)(((\forall y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall z)(p(z,z))))$ R4 Prenex

$(\exists x)(\forall y)(\neg p(x,y) \vee (\forall z)(p(z,z)))$ R2 Prenex

$(\exists x)(\forall y)(\forall z)(\neg p(x,y) \vee p(z,z))$ R2 Prenex

2) Passe para a forma normal prenex:

$$(\exists z)(((\forall x)(\forall y)(p(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(p(x,z))))$$

Resolução da questão 2:

$(\exists z)(((\forall x)(\forall y)(p(x,y))) \rightarrow ((\forall x)(p(x,z))))$	
$(\exists z)(\neg((\forall x)(\forall y)(p(x,y))) \vee ((\forall x)(p(x,z))))$	Removendo implicação
$(\exists z)(((\exists x)(\neg(\forall y)(p(x,y))) \vee ((\forall x)(p(x,z))))$	Negando quantificador
$(\exists z)(((\exists x)(\exists y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall x)(p(x,z))))$	Negando quantificador
$(\exists z)(((\exists x)(\exists y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall w)(p(w,z))))$	Renomeando variável
$(\exists z)(\exists x)(((\exists y)(\neg p(x,y))) \vee ((\forall w)(p(w,z))))$	R4 Prenex
$(\exists z)(\exists x)(\exists y)((\neg p(x,y)) \vee ((\forall w)(p(w,z))))$	R4 Prenex
$(\exists z)(\exists x)(\exists y)(\forall w)(p(x,y) \rightarrow p(w,z))$	R2 Prenex

3) Encontre o unificador mais geral de:

$S = \{p(x, y, z), p(y, z, x)\}$

Resolução questão 3:

$S = \{p(x, y, z), p(y, z, x)\}$

1) $\theta_0 = \{\ \}$, k=0, $S\theta_0 = \{p(x, y, z), p(y, z, x)\}$, $|S\theta_0| \neq 1$, $D_0 = \{x, y\}$ e y não ocorre em x
2) k=1, $\theta_1 = \{\ \}\{y \leftarrow x\} = \{y \leftarrow x\}$, $S\theta_1 = \{p(x, x, z), p(x, z, x)\}$, $|S\theta_1| \neq 1$, $D_1 = \{x, z\}$ e z não ocorre em x
3) k=2, $\theta_2 = \{y \leftarrow x\}\{z \leftarrow x\} = \{y \leftarrow x, z \leftarrow x\}$, $S\theta_2 = \{p(x, x, x), p(x, x, x)\} = \{p(x, x, x)\}$, $|S\theta_2| = 1$

   fim algoritmo

   o umg de S é $\{y \leftarrow x, z \leftarrow x\}$

4) Passe para forma normal prenex e faça a skolemização:

$$\neg(\exists x)(\forall y)(P(x, y) \land (\exists x)(P(x, x) \rightarrow Q(z)))$$

Resolução questão 4:

$\neg(\exists x)(\forall y)(P(x, y) \land (\exists x)(P(x, x) \rightarrow Q(z)))$

$\neg(\exists x)(\forall y)(P(x, y) \land (\exists x)(\neg P(x, x) \lor Q(z)))$ Eliminando implicação

$(\forall x)\neg(\forall y)(P(x, y) \land (\exists x)(\neg P(x, x) \lor Q(z)))$ Movendo ¬

$(\forall x)(\exists y)\neg(P(x, y) \land (\exists x)(\neg P(x, x) \lor Q(z)))$ Movendo ¬

$(\forall x)(\exists y)(\neg P(x, y) \lor \neg(\exists x)(\neg P(x, x) \lor Q(z)))$ DeMorgan

$(\forall x)(\exists y)(\neg P(x, y) \lor (\forall x)\neg(\neg P(x, x) \lor Q(z)))$ Movendo ¬

$(\forall x)(\exists y)(\neg P(x, y) \lor (\forall x)(P(x, x) \land \neg Q(z)))$ DeMorgan

$(\forall x)(\exists y)(\neg P(x, y) \lor (\forall w)(P(w, w) \land \neg Q(z)))$ Renomeando variáveis

$(\forall x)\boxed{(\exists y)}(\forall w)(\neg P(x, y) \lor (P(w, w) \land \neg Q(z)))$ R2 Prenex

$(\forall x)(\forall w)(\neg P(x, \boxed{f(x)}) \lor (P(w, w) \land \neg Q(z)))$ R1 Skolemização

5) Diga se os conjuntos de expressões são unificáveis e justifique

a) S= {p(x), p(f (x))}
b) T = {p(x, f (y)), p(f (u), f (z))}
c) V = {p(x, f (x)), p(f (y), y)}

Resolução questão 5:

a) S= {p(x), p(f (x))}
   Não, pois D_0 = {x, f(x)}. Como x ocorre em f(x), não é unificável.
a) T = {p(x, f (y)), p(f (u), f (z))}
   Sim, o umg é {x $\leftarrow$ f(u), y $\leftarrow$ z}.
a) V = {p(x, f (x)), p(f (y), y)}
   Não, pois D_0 = {x, f(y)} mas D_1= {f(y), y} e y ocorre em f(y), logo, não é unificável.